



[](#)

SBS 6.sınıf öğrencilerine Geometriye başlangıç ;Komşu

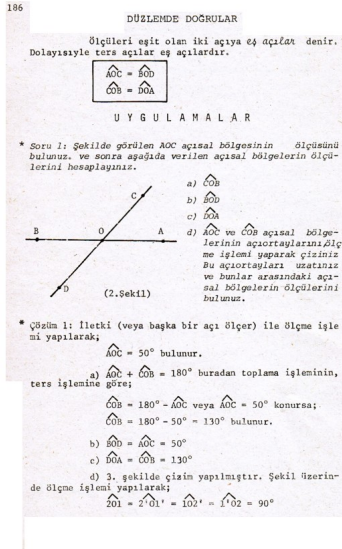
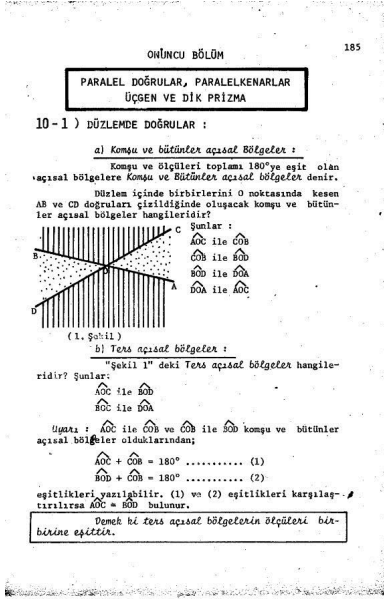
□ □ □ □ ve Bütünler Açılar,

Ters açılar, Birbirlerine Dik doğrular, Yöndeş ,İç ters, Dış ters açılar, Üçgen, Bir üçgenin üç kenarının uzunlukları arasındaki ilişki, Kenar uzunluklarına göre üçgenleri isimlendirmek,Dik üçgen, Geniş açılı üçgen, Üçgenin iç açılarının toplamı 180 derecedir.Bir üçgenin bir dış açısı kendisine komşu olmayan iç açılarının toplamına eşittir,

Bir üçgende açılar farklı ise büyük açılar karşısındaki kenarlar daha uzundur, İkizkenar Üçgenin taban açıları eşittir, İkizkenar üçgenin bir simetri doğrusu vardır,Bir üçgenin dış açıları toplamı 360 dir, Dikdörtgen, Kare nedir?, Üçgenin alanını hesaplamak, Paralelkenarın Alanını bulalım, ...**devamını okumak için** [[tıklayınız](#)]

Matematik Öğretmeni Kemal Türkeli(İstanbul Bahçelievler) Matematik'ten evinizde özel ders verir.0536.511 8400

Kemal Türkeli Tel:0212.4423040, □ kemal_turkeli@yahoo.com



DÜZLEMDE DOĞRULAR

bulunur. Demek ki $\widehat{AOC}$ ile $\widehat{BOD}$ açılal bölgelerinin açıl-
taylorının arasındaki açılal bölgelerin ölçüleri birbiri-
ne eşit ve 90° 'dir.

(3.Şekil)

* Soru 2: O noktasında birbirini kesen AB ve CD doğrulara
çiziliyor. $\widehat{AOC} = 25^\circ$ 'dir. Buna
O noktasından geçen EF doğ-
rusu çiziliyor. $\widehat{AOE} = 65^\circ$ 'dir.
Aşağıdaki açılal bölgelerin
ölçülerini bulunuz.

(4.Şekil)

* Çözüm 2: a) $\widehat{COE}$ ile $\widehat{BOF}$ komşu ve bütünler açılal bölgeler olduklarından;
 $\widehat{COE} + \widehat{BOF} = 180^\circ$ yazılabilir. Buradan top-
lananın ters işleme göre;
 $\widehat{COE} = 180^\circ - \widehat{BOF}$ yazılır. Bu eşitlikte,
 $\widehat{COE} = \widehat{COA} + \widehat{AOE} = 25^\circ + 65^\circ = 90^\circ$ konursa,
 $\widehat{COE} = 180^\circ - 90^\circ$ veya
 $\widehat{BOF} = 90^\circ$ bulunur.

b) $\widehat{EOA}$ ile $\widehat{FOA}$ ters açılal bölgeler oldukların
dan ölçüleri birbirine eşittir.

DÜZLEMDE DOĞRULAR

Yani $\widehat{EOB} = \widehat{FOA} = 65^\circ$ dir.

c) $\widehat{BOD}$ ile $\widehat{AOC}$ ters açılal bölgeler oldukların
dan ölçüleri birbirine eşittir.
 $\widehat{BOD} = \widehat{AOC} = 25^\circ$

d) $\widehat{DOF}$ ile $\widehat{COE}$ ters açılal bölgeler oldukların
dan ölçüleri birbirine eşittir.
 $\widehat{DOF} = \widehat{COE} = 90^\circ$

e) $\widehat{EOB} = \widehat{EOA} + \widehat{AOB}$
 $\widehat{EOB} = 65^\circ + 25^\circ \Rightarrow \widehat{EOB} = 90^\circ$

f) $\widehat{FOA} = \widehat{DOF} + \widehat{FOA}$
 $\widehat{FOA} = 90^\circ + 65^\circ \Rightarrow \widehat{FOA} = 155^\circ$

c) Dik Doğrular : 5. Şekil'e bakınız. $\widehat{AOC}$ ile
 $\widehat{BOD}$ komşu ve bütünler açılal böl-
gelerinin ölçüleri birbirine eşit
olduğu zaman AB ve CD doğrulara
dik olduğu denir.

(5.Şekil)

$\widehat{AOC} + \widehat{BOD} = 180$ (3)
 $\widehat{AOC} = \widehat{BOD}$ (4)
(3) ve (4) eşitlikleri göz önüne
alınarsa;
 $\widehat{AOC} = \widehat{BOD} = 90^\circ$ (5) bulunur. Demek
ki AB ve CD doğruları birbirine dik ise (5) şartı sağlan-
ır. AB ve CD doğrularının dik olduğu şöyle gösterilir:

$AB \perp CD$

Dik doğrulardan söz edilebildiği gibi Dik üç-
gen, dik konumlu ışınlar ve dik konumlu doğru parçaları-
ndan söz edilir.

■ Dik Işınlar : oluşturdukları açılal bölgenin ölçüsü
 90° olan ışınlar dik ışınlar denir. 6. Şekil'de birbiri-

DÜZLEMDE DOĞRULAR

ne dik [OA] ve [OB] ışınları gö-
rülüyor.

$[OA] \perp [OB]$

(6.Şekil)

■ Dik Konumlu Işınlar :

7. Şekil'de görülen [AB] ve [CD]
ışınları birbirini kesmiyor,
yani bunların ara kesitleri boş
kümelerdir.

$[AB] \cap [CD] = \emptyset$

Yalnız bu ışınların uzantıları
birbirini O noktasında keserek
ölçüsü 90° 'ye eşit olan bir açıl-
sal bölge oluşturuyorlar. Bu ko-
numdaki iki ışına dik konumlu ışınlar denir.

■ Dik konumlu Doğru Parçaları :

Birbirini kesmeyen [AB] ve [CD]
doğru parçalarını taşıyan doğ-
rular dik ise [AB] ve [CD] doğ-
ru parçalarına dik konumlu doğ-
ru parçaları denir. 8.Şekil'de
dik konumlu [AB] ve [CD] doğru
parçaları görünüyor.

$[AB] \perp [CD]$

(8.Şekil)

■ Düzlemde üç doğru :

Birbirini O noktasında kesen
AB, CD ve EF doğrularını çiz-
elim. (9. Şekil'e bakınız.)
 $(AB \cap CD) \cap (EF) = \{O\}$
yazılabilir. Bu konumda olan
doğrular, ikişer ikiliş açılal
bölgeler oluştururlar.
 $\widehat{AOF} = 28^\circ$ ve $\widehat{BOD} = 34^\circ$ ise di-

(9.Şekil)

190

DÜZLEMDE DOĞRULAR

Şer açılal bölgelemln ölçüleri nedir?

1) $\widehat{EOB} = \widehat{AOF} = 28^\circ$ ($\widehat{EOB}$ ile $\widehat{AOF}$ ters açılal bölgelemln olduklarından)2) $\widehat{COA} = \widehat{BOD} = 34^\circ$ ($\widehat{COA}$ ile $\widehat{BOD}$ ters açılal bölgelemln olduklarından)3) $\widehat{COE} + \widehat{COF} = 180^\circ + \widehat{COE} = 180^\circ - \widehat{COF}$ ve
 $\widehat{COF} = \widehat{COA} + \widehat{AOF} = 34^\circ + 28^\circ = 62^\circ$ olduğundan
 $\widehat{COE} = 180^\circ - 62^\circ + \widehat{COE} = 118^\circ$ olur.4) $\widehat{DOF} = \widehat{COE} = 118^\circ$ ($\widehat{DOF}$ ile $\widehat{COE}$ ters açılal bölgelemln olduklarından) 10. Şekil'de çizilmiş olan AB, CD ve EF doğruları birbirlerini ikiye ikiye K, P, L noktalarında kesiyorlar. Yani;AB $\cap$ CD = {K}AB $\cap$ EF = {L}CD $\cap$ EF = {P} dir.

AB, CD, EF doğrularının ikiye ikiye kesilerek düzlemde oluşturdukları PKL kapalı şekline ÜÇGEN; PKL kapalı şeklinin sınırlanmış iç bölgeye de ÜÇGENSEL BÖLGE denir. Şekilde noktalarla belirtilmiş olan açılal bölgelemlere Yöndeş Açılal Bölgelemler denir.

 $\widehat{EPD}$ ile $\widehat{BOL}$ + İç ters açılal
 $\widehat{EPC}$ ile $\widehat{BOL}$ + Dış ters açılal dir.

10-2) PARALEL DOĞRULAR :

Düzlemde iki doğru, üçüncü bir doğru ile kesildiğinde, oluşan yöndeş açılalın ölçüleri birbirine eşitse söz konusu iki doğruya birbirine paraleldir denir.

11. Şekil'deki AB ve CD doğruları birbirine paraleldir.

191

DÜZLEMDE DOĞRULAR

 $\widehat{ENB} = \widehat{DMC}$, AB ve CD doğruları birbirlerine paralel oldukları;

AB//CD şeklinde gösterilir. AB ve CD doğruları paralel oldukları zaman birbirlerini kesmeyeceklerinden,

AB $\cap$ CD = $\emptyset$ dir.

UYGULAMALAR

* Soru 1: 11. Şekilde AB//CD dir. $\widehat{ENB}$ ve $\widehat{DMC}$ yöndeş açılalın ölçünüz ve bu açılalın birbirine eşit olduğunu gösteriniz.* Çözüm 1: Bir açı ölçer aracılığı ile ölçme işlemi yapılarak $\widehat{ENB} = \widehat{DMC} = 45^\circ$ bulunur. Buradan şu sonuca varıyoruz.

- 1) AB//CD ise
- $\widehat{ENB} = \widehat{DMC}$
-
- 2)
- $\widehat{ENB} = \widehat{DMC}$
- ise AB//CD

* Soru 2: AB//CD ve $\widehat{ENB} = 128^\circ$ dir.

a) Şekildeki açılal bölgelemln ölçülerini hesaplayınız.

b) Yöndeş açı çiftlerini yazınız.

c) İç ters açı çiftlerini yazınız.

d) Dış ters açı çiftlerini yazınız.

e) İç ters açı çiftlerinin ölçüleri birbirine eşit midir?

f) Dış ters açı çiftlerinin ölçüleri birbirine eşit midir?

(12.Şekil)

* Çözüm 2: a) $\widehat{ENB} = \widehat{DMC} = 128^\circ$ (Yöndeş açılal)

192

DÜZLEMDE DOĞRULAR

 $\widehat{CME} = 180^\circ - \widehat{DMC} = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$ $\widehat{CMF} = \widehat{DMC} = 128^\circ$ (Ters açılal) $\widehat{ANF} = \widehat{CMF} = 128^\circ$ (Yöndeş Açılal) $\widehat{AME} = \widehat{CME} = 52^\circ$ (Yöndeş Açılal) $\widehat{DMF} = \widehat{CME} = 52^\circ$ (Ters Açılal) $\widehat{BNF} = \widehat{DMF} = 52^\circ$ (Yöndeş Açılal)

- b)
- $\widehat{DMC}$
- ile
- $\widehat{ENB}$
- Yöndeş açı çiftleri
-
- $\widehat{CMF}$
- ile
- $\widehat{ANF}$
-
- $\widehat{DMF}$
- ile
- $\widehat{BNF}$
-
- $\widehat{CME}$
- ile
- $\widehat{AME}$

- c)
- $\widehat{CMF}$
- ile
- $\widehat{ANF}$
- İç ters Açı Çiftleri
-
- $\widehat{DMF}$
- ile
- $\widehat{BNF}$

- d)
- $\widehat{DMC}$
- ile
- $\widehat{ANF}$
- Dış Ters Açı Çiftleri
-
- $\widehat{CME}$
- ile
- $\widehat{BNF}$

e) İç ters açı çiftlerinin ölçüleri birbirine eşittir.

f) Dış ters açı çiftlerinin ölçüleri birbirine eşittir.

* Soru 3: Bir AB doğrusu ile dışında bir C noktası veriliyor. C noktasından geçen ve AB doğrusuna paralel olan doğruyu çiziniz.

* Çözüm 3: C noktasından geçen ve AB doğrusunu D noktasında kesen bir doğru çizilir. Bu doğru ile AB doğrusu arasındaki açılal bölgenin ölçüsü bir açı ölçer ile bulunur.

Sonra bu açıya eş köşesi C ve bir kenarı CD doğrusu olan bir açının ikinci EF kenarı çizilir. EF doğrusu AB ye paraleldir. Çünkü C ve D köşelerindeki yöndeş açılal eşittir.

(13.Şekil)

DÜZLEME DOĞRULAR

Böylece AB doğrusuna paralel, C'den geçen EF doğrusu çizilmiş olur.

* Soru 4: 14. şekilde ABC ve DEF'ni görüyorsunuz. BA//DE ve BC//EF'dir. $\angle C = 43^\circ$ olduğuna göre, ABC ve DEF'nin ölçülerini bulunuz.

* Çözüm 4: $\angle ABC = \angle DEC = 43^\circ$ (Yöndeş Açılar)
 $\angle DEF = \angle DCB = 43^\circ$ (Yöndeş Açılar)
 Demek ki $\angle ABC = \angle DEF = 43^\circ$

(14. Şekil)

* Soru 5: 16. şekilde, $\angle AOB = 30^\circ$, $MO \perp OA$, $NP \perp OB$ ve $EF//OB$ dir.

a) $\widehat{MNP}$ 'nin ölçüsünü iletke ile bulunuz. b) $\widehat{ANP} = 30^\circ$ dir. Nedem? c) $\widehat{MNP}$ 'nin ölçüsünü hesaplayınız. d) $\widehat{OLP}$ 'nin ölçüsünü iletke ile bulunuz. Bu ölçü $\widehat{MNE}$ 'nin eşiti midir?

* Çözüm 5: a) Bir iletke ile $\widehat{PMB} = 30^\circ$ ölçülür. b) $\widehat{ANP} = 30^\circ$ dir. Çünkü $EF//OB$ olup $\widehat{ANP}$ ile $\angle AOB$ paralel iki doğrunun üçüncü bir doğrusla kesilmesi eş açılardır. $\angle AOB = 30^\circ$ olduğundan $\widehat{ANP}$ 'da 30° dir. c) $MO \perp OA$ olduğundan $\widehat{MOA} = 90^\circ$ dir. Dolayısıyla; $\widehat{MNP} = \widehat{MOA} + \widehat{ANP} = 90^\circ + 30^\circ = \widehat{MNP} = 120^\circ$

bulunur. $\widehat{MNP}$ ile $\widehat{MNE}$ komşu ve bütümler açısal bölge olduklarından; $\widehat{MNP} + \widehat{MNE} = 180^\circ$ yazılır. Buradan toplama işleminin ters işlemine göre;

DÜZLEME DOĞRULAR

$\widehat{MNE} = 180^\circ - \widehat{MNP}$; veya
 $\widehat{MNP} = 120^\circ$ konursa $\widehat{MNE} = 180^\circ - 120^\circ$ veya;
 $\widehat{MNE} = 60^\circ$ bulunur.

d) Bir iletke ile $\widehat{OLP} = 60^\circ$ ölçülür. Demek ki;
 $\widehat{OLP} = \widehat{MNE}$ dir.

10-3) ÜÇGENLER :

a) Üçgen ve Üçgenin Bölge :

İkişer ikişer birbirini kesen üç doğrunun oluşturduğu kapalı şekle üçgen denir.

$([AB] \cup [BC]) \cup [CA] = \Delta ABC$

Δ ABC ifadesi; ABC Üçgeni diye okunur. ABC Üçgeninin çevrelediği ve 16. şekilde noktalarla belirlenmiş yüzeyel bölgeye de üçgenin bölge denir.

b) Üçgenin kenarları arasındaki ilişkiler:

17. şekilde bir ABC üçgeni görülmüyor.

$|BC| = a$, $|AC| = b$ ve $|AB| = c$ ölçülerine ABC üçgeninin kenarları denir.

17. Şekil **Kural 1** Bir üçgende iki kenarın toplamı üçüncü kenardan büyüktür.

$a + b > c$ (6)
 $a + c > b$ (7) '
 $b + c > a$ (8)

Kural 2 Bir üçgende iki kenarın farkı üçüncü

ÜÇGENLER

kenardan küçüktür.

$a > b > c$ ise :
 $a - b < c$ (9)
 $a - c < b$ (10)
 $b - c < a$ (11)

U Y G U L A M A L A R

* Soru 1: Bir ABC'nde $a = 7$ cm, $b = 3,5$ cm, $c = 4$ cm ' dir. Böyle bir üçgen var mıdır?

* Çözüm 1: En büyük kenarın uzunluğu diğer iki kenarın uzunlukları toplamından küçükse söz konusu üçgen vardır. Çünkü bu kural gerçekleşmese, diğer kenarlar için de "iki kenar toplamı üçüncü kenardan büyüktür" koşulu gerçekleşecektir.

Problemin verilerine göre en büyük kenar $a = 7$ cm olup bu uzunluk diğer iki kenarın toplamı olan $b + c = 7,5$ cm den küçüktür. Öyle ise problemdeki veriler bir üçgen belirir. (Yani söz konusu üçgen vardır.)

* Soru 2: Aşağıda kenarlarının uzunlukları verilen üçgenler den hangileri vardır?

a) $a = 3$ cm b) $a = 2,5$ cm c) $a = 6$ cm
 $b = 4$ cm $b = 6$ cm $b = 2$ cm
 $c = 5$ cm $c = 3,7$ cm $c = 4$ cm

d) $a = 3,5$ cm e) $a = 5$ cm f) $a = 4,7$ cm
 $b = 4$ cm $b = 3$ cm $b = 2,5$ cm
 $c = 7,8$ cm $c = 2$ cm $c = 5,2$ cm

* Çözüm 2: a) En büyük kenar $c = 5$ cm olup bu uzunluk diğer iki kenarın toplamı olan $a + b = 7$ cm den küçük olduğu için üçgen vardır.

b) En büyük kenar $b = 6$ cm olup $b < (a + c = 6,2$ cm) olduğundan üçgen vardır.

c) En büyük kenar $a = 6$ cm olup bu uzunluk diğer iki kenarın toplamı olan $b + c = 4 + 2 = 6$ cm ye eşit olmadığı için üçgen değildir.

196

ÜÇGENLER

doğrudan Üçgenin A köşesi BC doğruya üzerine gelir. Dolayısıyla Üçgen doğruya döner. Yani Üçgen yoktur.

d) En büyük kenar $c = 7,8$ cm olup bu uzunluk, diğer iki kenarın toplamı olan $a+b=4+3,5=7,5$ cm'den büyük olduğundan Üçgen yoktur.

e) En büyük kenar ($a = 5$ cm) diğer iki kenarın toplamına ($b+c = 5$ cm) eşit olduğundan Üçgen yoktur.

f) En büyük kenar ($c = 5,2$ cm) diğer iki kenarın toplamından ($a+b = 7,2$ cm) küçük olduğundan Üçgen vardır.

c) Üçgenin kenar uzunluklarına göre çeşitlenir:

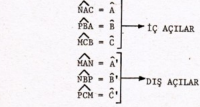
1) Çeşitkenar Üçgen: Tüm kenar uzunlukları birbirinden farklı olan bir Üçgene çeşitkenar Üçgen denir.

2) İkizkenar Üçgen: İki kenarının uzunlukları birbirine eşit olan bir Üçgene ikizkenar Üçgen denir.

3) Eşkenar Üçgen: Üç kenarının uzunlukları birbirine eşit olan Üçgene eşkenar Üçgen denir.

d) Üçgende Açılar Arasındaki Bağıntılar:

18. Şekilde Üçgenin dış açıları siyah renkle karalamış, iç açıları ise noktalarla belirtilmiştir. Üçgenin iç ve dış açılarına aşağıdaki sembollerle gösterilir.



197

ÜÇGENLER

Kural 1: Bir ABC Üçgeninin iç açısal bölgelelerinin ölçüleri toplamı 180° 'dir.

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

Kural 2: Bir ABC Üçgeninin bir dış açısal bölgelelerinin ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açısal bölgelelerinin ölçüleri toplamına eşittir.

$$\hat{A}' = \hat{B} + \hat{C}$$

e) Üçgenin açılarına göre çeşitlenir:

1) Dar Açı Üçgen: Üç iç açısal bölgelelerinin ölçüsü 90° den küçük olan Üçgene dar açı Üçgeni denir.

2) Dik Açı Üçgen: Bir iç açısal bölgelelerinin ölçüsü 90° olan Üçgendir.

3) Geniş Açı Üçgen: Bir iç açısal bölgelelerinin ölçüsü 90° den büyük olan Üçgendir.

f) Bir Üçgende kenar ve açılar arasındaki bağıntılar:

Bir Üçgende büyük kenar karşısında büyük açı bulunur ve büyük açı karşısında büyük kenar bulunur. Yani:

$$a > b \text{ ise } \hat{A} > \hat{B} \text{ ve } \hat{A} > \hat{B} \text{ ise } a > b \text{ dir.}$$

UYGULAMALAR

* Soru 1: $|AC| = 2,5$ cm olan bir doğru parçası çiziniz. Pergelinizin ayaklarını $3,5$ cm açınız ve pergelin sivri ucunu bir kez B noktasına ve bir kez de C noktasına koyarak yaylar çiziniz. Bu yayların kesişim noktası A olsun. Bu noktadan B ve C noktalarına birleştiriniz.

a) Elde ettiğiniz Üçgenin AB ve AC kenarlarının uzunluklarını ölçünüz. Bu Üçgen kenarlarına göre nasıl bir Üçgendir?

b) Üçgenin $\hat{B}$ ve $\hat{C}$ açısal bölgelelerini ölçünüz $\hat{B} = \hat{C}$ midir?

198

ÜÇGENLER

* Çözüm 1: a) Bu Üçgende $|AB| = |AC| = 3,5$ olup dolayısıyla Üçgen İKİZKENARDIR.

b) Bir iletki ile ölçme işlemi yapılarak;
 $\hat{ADC} = \hat{B} = 70^\circ$ ve
 $\hat{ACB} = \hat{C} = 70^\circ$ bulunur.

Yani bu Üçgende $\hat{B} = \hat{C} = 70^\circ$ olup Üçgende B ve C açısal bölgelelerinin ölçüleri birbirine eşittir. B ve C açılarına ikizkenar Üçgenin TABAN AÇILARI, A açısına da ikizkenar Üçgenin TEPE AÇISI denir.

Sonuç: Bir ikizkenar Üçgende taban açıları birbirine eşittir.

* Soru 2: $|AC| = 3$ cm olan bir doğru parçası çiziniz. BC ile 70° lık açısal bölge yapacak şekilde BA ve CA ışınlarına çiziniz. Elde ettiğiniz Üçgenin AB ve AC kenarlarının uzunluklarını ölçünüz.

a) $|AB| = |AC|$ midir?

b) Buradan ikizkenar Üçgenin taban açıları ile bu açılardan karşısında bulunan kenarların arasında bir bağıntı söylenebilir misiniz?

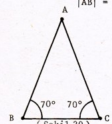
* Çözüm 2: a) Bir cetvel ile ölçme işlemi yapılarak;
 $|AB| = |AC| = 4,2$ cm bulunur. O halde Üçgen İKİZKENARDIR.

b) "Soru 1" ve "Soru 2" deki sonuçları birleştirilerek şunu söyleyebiliriz:

$$|AB| = |AC| \text{ ise } \hat{B} = \hat{C} \text{ ve } \hat{B} = \hat{C} \text{ ise } |AB| = |AC| \text{ dir.}$$

Yani: Bir ikizkenar Üçgenin taban açıları aynı ölçülerde birbirine eşit. Dik ve taban açıları aynı ölçülerde, birbirine eşit olan Üçgen ikizkenardır.

* Soru 3: Aşağıdaki Üçgende,



199

ÜÇGENLER

$|AB| = |AC|$ ve $\hat{B} = 65^\circ$ dir.

İçine soru işareti konulmuş olan açısall bölgelerin ölçülerini hesaplayınız.

* Çözüm 3: İçine soru işareti konulmuş olan açısall bölgeler $\hat{BAC}$, $\hat{BCA}$, ve $\hat{KCA}$ dir. Bunların ölçülerini bulalım:

$|AB| = |AC|$ olduğundan üçgen ikizkenar olup dolayısıyla taban açıları eşittir. Yani;

(21. Şekil) $\hat{BCA} = \hat{CBA} = 65^\circ$ bulunur. İç açılardan geriye bilinmeyen olarak $\hat{BAC}$ nin yani ikizkenar üçgenin tepe açısının ölçüsü kaldı. Bunu da "Bir üçgenin iç açısall bölgelerinin ölçüleri toplamı 180° dir" kuralından yararlana rak kolayca hesaplayabiliriz.

$$\hat{BAC} + \hat{CBA} + \hat{BCA} = 180^\circ +$$

$$\hat{BAC} + 65^\circ + 65^\circ = 180^\circ +$$

$$\hat{BAC} + 130^\circ = 180^\circ$$

Buradan toplamının ters işlemine göre;

$$\hat{BAC} = 180^\circ - 130^\circ \text{ veya } \boxed{\hat{BAC} = 50^\circ}$$

bulunur. Ayrıca $\hat{BCA}$ ile $\hat{KCA}$ nın toplamı düz açıdır. Yani

$$\hat{BCA} + \hat{KCA} = 180^\circ + \hat{KCA} + 65^\circ = 180^\circ +$$

$$\hat{KCA} = 180^\circ - 65^\circ + \boxed{\hat{KCA} = 115^\circ}$$

* Soru 4: Tepe açısının ölçüsü 72° olan bir ikizkenar üçgenin obür iç ve dış açısall bölgelerin ölçülerini hesaplayınız.

* Çözüm 4: İkizkenar üçgenin tepe açısının ölçüsü 72° olduğundan taban açıları toplamı;

$$180^\circ - 72^\circ = 108^\circ \text{ olur. Ayrıca ikizkenar üçgenin taban açılarının ölçüleri eşit olduğu için herbir ta}$$

200

ÜÇGENLER

ban açısının ölçüsü;

$$\frac{108^\circ}{2} = 54^\circ \text{ dir.}$$

Demek ki ikizkenar üçgenin tepe açısını $\hat{A}$ ve taban açılarını $\hat{B}$, $\hat{C}$ ile gösterirsek;

$$\hat{A} = 72^\circ, \hat{B} = \hat{C} = 54^\circ \text{ dir.}$$

Öyle ise dış açısall bölgelerin ölçüleri;

$$\hat{A}' = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

$$\hat{B}' = \hat{C}' = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ \text{ dir.}$$

* Soru 5: Bir ikizkenar üçgende, tepe dış açısının ölçüsü, tepe iç açısının ölçüsünün 4 katıdır. Bu üçgenin bütün açısall bölgelerinin ölçülerini bulunuz.

* Çözüm 5: Tepe açısını $\hat{A}$ ile gösterirsek,

$$\hat{A} + \hat{A}' = 180^\circ \text{ dir. } \hat{A}' = 4\hat{A}$$

veriliyor. O halde;

$$\hat{A} + 4\hat{A} = 180^\circ \text{ veya } 5\hat{A} = 180^\circ$$

bulunur. Buradan çarpma işleminin ters işlemine göre;

$$\hat{A} = \frac{180^\circ}{5} + \hat{A} = 36^\circ$$

bulunur. Taban açılarını $\hat{B}$, $\hat{C}$ ile gösterirsek;

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ +$$

$$\hat{B} + \hat{C} + 36^\circ = 180^\circ + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ - 36^\circ +$$

$$\hat{B} + \hat{C} = 144^\circ$$

olur. İkizkenar üçgenin taban açıların ölçüleri eşit olduğundan;

$$\hat{B} = \hat{C} \text{ olup dolayısıyla } 2\hat{B} = 2\hat{C} = 144^\circ \text{ veya}$$

$$\hat{B} = \hat{C} = 72^\circ \text{ bulunur. Şimdi de dış açısall bölgelerin ölçülerini bulalım;}$$

201

J Ç GENLER

$$\hat{A} + \hat{A}' = 180^\circ + \hat{A}' = 180^\circ - \hat{A} = 180^\circ - 36^\circ$$

$$\rightarrow \hat{A}' = 144^\circ \text{ olur.}$$

Benzer şekilde;

$$\hat{B}' = \hat{C}' = 180^\circ - \hat{B} = 180^\circ - 72^\circ$$

$$+ \hat{B}' = \hat{C}' = 108^\circ$$

* Soru 6: $|BC| = 4$ cm olan bir uzunluk alınız. Pergelinizin ayaklarını 4 cm açınız ve pergelin sivri ucunu B ve C noktalarına koyarak yayları çiziniz. Bu yayların kesişim noktasını A ile gösteriniz:

a) Bu çizdiğiniz üçgen nasıl bir üçgendir?

b) Bu üçgenin iç açısall bölgelerinin ölçülerini bulunuz. $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$ midir?

c) Çizdiğiniz üçgeni kenarları boyunca keserek kağıttan çıkartınız. Üçgeni, B köşesi C köşesine gelecek şekilde katlayınız ve meydana gelen katlama doğrularını çiziniz. Bu doğruların $|BC|$ ile yaptığı açısall bölgelerin ölçülerini bulunuz.

d) Bu üçgeni C noktası A noktasına gelecek şekilde katlayınız. Böylece bir katlama doğrusu bulurunuz. Bu katlama doğrusu da yukarıda sözünü ettiğimiz katlama doğrularının özelliklerini kapsar mı? Bu kez A noktası B noktası üzerine gelecek biçimde üçgeni katlayınız. Böylelikle üçüncü bir katlama doğrusu bulurunuz. Bu doğruların özellikleri de obür katlama doğrularının özellikleri gibidir. Bu katlama doğruları bir noktadan geçmez mi?

* Çözüm 6: a) Çizdiğimiz üçgenin tüm kenarları 4 cm eşit uzunluğundadır. Dolayısıyla üçgen eşkenardır.

b) Bir iletki ile ölçme yapılarak $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$ bulunur.

c) Katlama doğruları $|BC|$ doğruları dikdir. Yani katlama doğruları $|BC|$ ile 90° lik açı yapar. Katlama doğrularının iki yanında kalan dolu üçgenler birbirini tümüyle örttükler. Böyle birbirini tamamen örten iki üçgene "eş üçgen-

202

U Ç GENLER

ler" katlama doğrusuna da "simetri doğrusu" denir.

d) C noktası A noktasına veya A noktası B noktasına gelecek şekilde yapılan katlamalarda elde edilen katlama doğruları (c) çıkığında elde ettiğimiz katlama doğrusunun özelliklerini taşıyor. (Katlama işlemini yapıp bu sonucu gözleyiniz.)

Yine güzellem yaparak üç katlama doğrusunun bir noktadan geçtiğini gösterebiliriz.

* Soru 7: Şekilde görüldüğü üzere üçgeni defterinize çiziniz. Bu üçgeni kenarları boyunca keserek çıkarınız.

a) Üçgeni B köşesi C köşesine gelecek şekilde katlayınız. Bu katlama sonunda AB kenarı AC kenarı üzerine tümüyle çakışır mı?

b) ABC açısı bölgesi, ACB açısı bölgesi tümüyle kaplar mı? Bunun gibi, katlama bölgele birbiri tümüyle örtörler mi?

c) Bulduğunuz katlama doğrusunu çiziniz. Bu katlama doğrusunun BC kenarı ile meydana getirdiği açısı bölgele birbiri örtör mü? Katlama doğrusu BC kenarına dik midir?

d) Üçgeni, A köşesi B köşesi üzerine gelecek şekilde katlayınız. Elde ettiğiniz katlama doğrusunun iki yanında bulunan dolu şekiller birbirini tümüyle örtör mü? O halde ikizkenar üçgende kaç simetri doğrusu vardır?

* Çözüm 7: a) B köşesi C köşesi üzerine gelecek şekilde katlama yapılırsa AB kenarı AC kenarı üzerine tümüyle çakışır. b) ABC açısı bölgesi, ACB açısı bölgesi tümüyle kaplar. Bunun gibi, katlama doğrusunun iki yanında bulunan bölgele birbiri tümüyle örtör. c) Katlama doğrusu BC kenarına diktir. Yani katlama doğrusu BC kenarı ile birbiri eşit ve 90° ölçüsünde açılar yapar.

203

U Ç GENLER

Buradan şu sonuç çıkar: Bir ikizkenar üçgenin tepe noktasından tabana indirilen dikme tabanın orta noktasından geçer, ve tepe noktasındaki iç açısı bölgeyi iki eş açısı bölgeye ayırır. Bu özellik eşkenar üçgenin her köşesinden karşı kenara indirilen dikmeler için de doğrudur.

d) Üçgeni A köşesi B köşesine çakışacak şekilde katlayalım. Elde ettiğimiz katlama doğrusunun iki yanında bulunan dolu şekiller birbirlerini tümüyle örtmezler. Buna göre: *İkizkenar üçgenin bir simetri doğrusu var dır.*

* Soru 8: Kenarlarının uzunlukları;
 $|BC| = 5$ cm, $|AB| = 3$ cm ve $|AC| = 2,5$ cm olan bir üçgen veriliyor. $|BC| = 5$ cm çiziniz. Pergelin ayaklarına 3 cm açınız ve sıvı ucu B noktasına koyarak bir yay çiziniz. Sonra pergelin ayaklarını 2,5 cm açınız ve sıvı ucu C noktasına koyarak bir yay çiziniz. Yayların kesişim noktası A olsun. Bu üçgeni kenarları boyunca keserek kapattır çıkarınız ve B köşesi C köşesine gelecek şekilde katlayınız. Katlama doğrusunun iki yanında bulunan dolu şekiller birbirini tümüyle örtör mü? Bu katlama doğrusu kenarlarının uzunlukları farklı olan dolu üçgenin simetri doğrusu mudur? Katlama işlemi öbür köşeler için uygulanırsa simetri eksenini bulunur mu?

* Çözüm 8: Soruda sözü edilen Üçgen bir eşitkenar üçgendir. Böyle bir üçgenin B köşesi C köşesine gelecek şekilde katlama yaparak katlama doğrusunun iki yanında bulunan dolu şekiller birbirlerini tümüyle örtmezler. (Katlama işlemi yaparak ve gözleyerek bu gerçeği gördünüz.) o halde elde edilen katlama doğrusu eşitkenar dolu üçgenin simetri doğrusu değildir. Katlama işlemi öbür köşeler için de uygulanırsa simetri eksenini bulunmaz.

* Soru 9: Bir üçgenin en az bir simetri doğrusu olması için bu üçgen nasıl bir üçgen olmalıdır?

(23. Şekil)

204

U Ç GENLER

* Çözüm 9: Bir üçgenin en az bir simetri doğrusu olması için bu üçgen *ikizkenar* veya *eşkenar* olmalıdır.

* Soru 10: Bir ABC üçgeninin dış açısı bölgele birbiri örtör mü? Toplamının 360° olduğunu bulunuz.

* Çözüm 10: Bir üçgenin dış açıları $\hat{A}'$, $\hat{B}'$, $\hat{C}'$. Dış açıları;
 $\hat{A}' = 180^\circ - \hat{A}$
 $\hat{B}' = 180^\circ - \hat{B}$
 $\hat{C}' = 180^\circ - \hat{C}$
 olup bu üç eşitliği taraf toplarsak;
 $\hat{A}' + \hat{B}' + \hat{C}' = 180^\circ + 180^\circ + 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B} + \hat{C})$
 bulunur.
 $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ konursa (Çünkü bir üçgenin iç açısı bölgele birbiri örtör toplamı 180° dir.)
 $\hat{A}' + \hat{B}' + \hat{C}' = 180^\circ + 180^\circ + 180^\circ - 180^\circ$ veya;
 $\hat{A}' + \hat{B}' + \hat{C}' = 360^\circ$ bulunur.
 Demek ki bir üçgenin dış açısı bölgele birbiri örtör toplamı 360° dir.

* Soru 11: Bir üçgende $\hat{A}' = 127^\circ$ ve $\hat{A} = 46^\circ$ olduğuna göre, öbür iç ve dış açıların ölçülerini bulunuz.

* Çözüm 11: $\hat{B}' = 127^\circ$ ve $\hat{A} = 46^\circ$ veriliyor.
 $\hat{B} = 180^\circ - \hat{B}' = 180^\circ - 127^\circ = 53^\circ$
 $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ konursa (Çünkü bir üçgenin iç açısı bölgele birbiri örtör toplamı 180° dir.)
 $46^\circ + 53^\circ + \hat{C} = 180^\circ$
 $\hat{C} = 180^\circ - (46^\circ + 53^\circ) = 180^\circ - 99^\circ$
 $\hat{C} = 81^\circ$
 $\hat{A}' = 180^\circ - \hat{A} = 180^\circ - 46^\circ$
 $\hat{A}' = 134^\circ$
 $\hat{C}' = 180^\circ - \hat{C} = 180^\circ - 81^\circ$
 $\hat{C}' = 99^\circ$

* Soru 12: Bir üçgende iki dik açı ya da geniş açı bulunabilir mi?

U Ç GENLER

* Çözüm 12: Bir üçgende iki dik açı olmaz. Çünkü iki dik açının ölçüleri toplamı 180° olup diğer üçüncü açının ölçüsü sıfır olması gerekir ki böyle bir üçgen yoktur.

Bir üçgenin iki geniş açısı da olmaz. Çünkü yalnız bu iki açının ölçüleri toplamı 180° yi geçer ki bir üçgenin bütün iç açıların ölçüleri toplamı 180° dir.

* Soru 13: 35. şekilde bir dik üçgen görüyorsunuz.

a) $\hat{A} < 90^\circ$ ve $\hat{C} < 90^\circ$ midir?
b) $\hat{A} + \hat{C}$ toplamını hesaplayınız.
c) Olarak bu üçgenin en büyük kenarının AC kenarı olduğunu gösteriniz.

24. Şekil

* Çözüm 13: a) $\hat{B} = 90^\circ$ olduğu için diğer iki açının ölçüleri 90° den küçük olmalıdır. Çünkü bir üçgende iki dik veya geniş açı bulunamaz. O halde;
 $\hat{A} < 90^\circ$ ve $\hat{C} < 90^\circ$ dir.

b) $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ +$
 $(\hat{A} + \hat{C}) + \hat{B} = 180^\circ +$
 $(\hat{A} + \hat{C}) = 180^\circ - \hat{B}, \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ - 90^\circ$
 $\Rightarrow \hat{A} + \hat{C} = 90^\circ$

c) Bir cetvel ile bu üçgenin kenarlarının uzunluklarını ölçelim.
 $|AB| = 3,2 \text{ cm} \quad |AC| = 6,3 \text{ cm}, |BC| = 5,4 \text{ cm}$

görüldüğü ki en uzun kenar AC kenarıdır. Bir dik üçgende dik açı karşısında bulunan kenara *hipotenüs* ve diğer kenarlara *dik kenarlar* denir.

* Soru 14: Bir ABC dik üçgeninde $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{C} = 30^\circ$ dir.

a) B açısının ölçüsünü bulunuz.
b) [BC] nin ortası olan O noktasına A ile birleştiriniz. ABC üçgeninin iç açsıl bölgelerinin ölçüleri

U Ç GENLER

ni bulunuz. ABO nasıl bir üçgendir?
c) AOC'nin açılarının ölçülerini bulunuz. Bu üçgen nasıl bir üçgendir?

25. Şekil

* Çözüm 14: a) $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ +$
 $\hat{B} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{C}) +$
 $\hat{B} = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) +$
 $\hat{B} = 180^\circ - 120^\circ + \hat{B} = 60^\circ$

b) ABO üçgeni eşkenardır. Dolayısıyla bütün açıları eşit ve 60° ar derecedir.

c) $\hat{AOC} = 180^\circ - 60^\circ + \hat{AOC} = 120^\circ$
 $\hat{AOC} = 30^\circ$ (verilmiş)
 $\hat{OAC} = 180^\circ - (120^\circ + 30^\circ) + \hat{OAC} = 180^\circ - 150^\circ$
 $\Rightarrow \hat{OAC} = 30^\circ$

O halde OAC üçgeni ikizkenardır. (Taban açıların ölçüleri eşit olduğu için)

10 - 4) PARALELKENAR :

a) Paraleller geridi :
İki paralel doğrunun birleşimine paraleller geridi denir.
AB//CD ise, ABUCD= Paraleller geridi.
Paraleller geridi ile 26. şekilde noktalarla belirlenen iç bölgesinin birleşimine *dolu paraleller geridi* denir.

26. Şekil

PARALELKENAR

b) Bir noktanın bir doğruya uzaklığı :
Bir P noktasından l doğrusuna PH dikmesini çizelim. PH doğru parçasının uzunluğuna P noktasının l doğrusuna uzaklığı denir. l doğrusu üzerinde H dışında herhangi bir A noktası alalım.
 $|PH| < |PA|$ dir.

İki paralel doğru arasındaki uzaklık, bu doğrulardan birinde alınan bir noktanın diğer doğruya uzaklığıdır.

27. Şekil

c) Paralel kenar nedir ?
İki paraleller geridinin oluşturduğu kapalı şekle *paralel kenar* denir. Bir paralel kenarda karşılıklı kenarlar paralel ve eşittir. Bir paralel kenar ile bunun çevrelediği kapalı bölgenin birleşimine *dolu paralel kenar* denir.

(28. Şekle bakınız.) Bir dolu paralel kenarda şu açsıl bölgeler iç açsıl bölgeler diye tanımlanır.

$\hat{DAB}, \hat{ADC}, \hat{BCD}$ ve $\hat{CBA}$: Bir dolu paralel kenarda *karşılıklı iç açsıl bölgelerin ölçüleri birbirine eşittir*.

Her dörtgen gibi, bir paralel kenarın da iç açsıl bölgelerinin ölçüleri toplamı 360° dir.

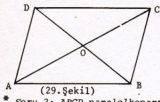
U Y G U L A M A L A R

* Soru 1: Bir ABCD paralelkenarı çiziniz ve sonra bu paralelkenarın AC ve BD köşegenlerini birleştiriniz. Köşegenlerin kesim noktası O olsun. $|OA|$, $|OC|$ ve $|OB|$, $|OD|$ uzunluklarını ölçünüz.
 $|OA| = |OC|$ ve $|OB| = |OD|$ midir?

* Çözüm 1: Bir cetvelle ölçme işlemi yapılarak;

208

PARALELKENAR



$$|OA| = |OC| = 2,9 \text{ cm}$$

$$|OB| = |OD| = 2,2 \text{ cm}$$

bulunur. Buradan şu sonuç çıkar: Bir paralelkenarda köşegenler birbirini ortalar.

* Soru 2: ABCD paralelkenarında $\widehat{BAD} = 62^\circ$ dir. Bu paralelkenarın iç açsıl bölgelerinin ölçülerini hesaplayınız.

* Çözüm 2: $\widehat{BAD} = 62^\circ$ olarak veriliyor. O halde, paralelkenarda karşılıklı iç açsıl bölgelerin ölçüleri eşit olduğundan,

$$\widehat{BCD} = \widehat{BAD} = 62^\circ \text{ bulunur.}$$

Her dörtgen gibi bir paralel kenarın da iç açsıl bölgelerinin ölçüleri toplamı 360° olduğundan;

$$\widehat{ADC} + \widehat{ABC} = 360^\circ - (\widehat{BCD} + \widehat{BAD})$$

$$\rightarrow \widehat{ADC} + \widehat{ABC} = 360^\circ - (62^\circ + 62^\circ) = 360^\circ - 124^\circ$$

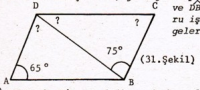
$$\rightarrow \widehat{ADC} + \widehat{ABC} = 236^\circ \text{ olur.}$$

$$\widehat{ADC} = \widehat{ABC} \text{ olduğu hatırlanırsa;}$$

$$\widehat{ADC} = \widehat{ABC} = \frac{236^\circ}{2}$$

$$\rightarrow \widehat{ADC} = \widehat{ABC} = 118^\circ \text{ bulunur.}$$

* Soru 3: 31. şekilde, görüldüğü üzere paralelkenarlarda $\widehat{DAB} = 65^\circ$ ve $\widehat{BAC} = 75^\circ$ dir. İçinde soru işareti bulunan açsıl bölgelerin ölçülerini bulunuz.



* Çözüm 3: Bir paralelkenarda karşılıklı iç açsıl bölgelerin ölçüleri eşit olduğundan;

PARALELKENAR

$$\widehat{DCB} = \widehat{DAB} = 65^\circ$$

dir. Diğer yandan bir üçgenin iç açsıl bölgelerinin ölçüleri toplamı 180° olduğundan;

$$\widehat{BDC} + \widehat{DBC} + \widehat{DCB} = 180^\circ \rightarrow$$

$$\widehat{BDC} + 75^\circ + 65^\circ = 180^\circ \rightarrow$$

$$\widehat{BDC} + 140^\circ = 180^\circ \rightarrow \widehat{BDC} = 180^\circ - 140^\circ \rightarrow$$

$$\widehat{BDC} = 40^\circ \text{ bulunur. } \widehat{ADB} = ?$$

$$\widehat{ADB} = \widehat{ADC} - \widehat{BDC} \rightarrow$$

$$\widehat{ADB} = \widehat{ADC} - 40^\circ$$

$\widehat{ADC}$ açısının ölçüsünü nereden hesaplayabiliriz? Şuradan: Paralel kenarın iç açsıl bölgelerinin ölçüleri toplamı 360° dir.

$$\widehat{ADC} + \widehat{ABC} + 65^\circ + 65^\circ = 360^\circ \rightarrow$$

$$\widehat{ADC} + \widehat{ABC} + 130^\circ = 360^\circ \rightarrow$$

$$\widehat{ADC} + \widehat{ABC} = 360^\circ - 130^\circ = 230^\circ$$

ayrıca;

$$\widehat{ADC} = \widehat{ABC} \text{ olduğunu biliyoruz. O halde;}$$

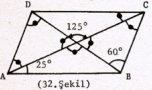
$$2 \cdot \widehat{ADC} = 230^\circ \rightarrow \widehat{ADC} = \frac{230^\circ}{2} \rightarrow$$

$$\widehat{ADC} = 115^\circ \text{ olur. Bu ölçüyü;}$$

$$\widehat{ADB} = \widehat{ADC} - 40^\circ \text{ eşitliğinde yerine koyarsak}$$

$$\widehat{ADB} = 115^\circ - 40^\circ \rightarrow \widehat{ADB} = 75^\circ \text{ bulunur.}$$

* Soru 4: Yandaki paralelkenarda verilmiş olan açsıl bölgelerin ölçülerinden yararlanarak, içi noktası olan açsıl bölgelerin ölçülerini bulunuz.



(32.Şekil)

210

PARALELKENAR

* Çözüm 4: a) $\widehat{AOB} = \widehat{DOC} = 125^\circ$ (Ters açılar)

$$\widehat{DOA} + \widehat{DOC} + \widehat{COB} + \widehat{AOB} = 360^\circ \text{ (Tam Açı)}$$

$$\widehat{DOA} + 125^\circ + \widehat{COB} + 125^\circ = 360^\circ \rightarrow$$

$$\widehat{DOA} + \widehat{COB} + 250^\circ = 360^\circ \rightarrow$$

$$\widehat{DOA} + \widehat{COB} = 360^\circ - 250^\circ = 110^\circ$$

Ayrıca ters açılar olduklarından;

$$\widehat{DOA} = \widehat{COB} \text{ olup dolayısıyla; } 2\widehat{DOA} = 2\widehat{COB} = 110^\circ$$

$$\rightarrow \widehat{DOA} = \widehat{COB} = 55^\circ$$

$$\text{OCB Üçgeninde; } \widehat{OCB} + \widehat{CBO} + \widehat{COB} = 180^\circ \rightarrow$$

$$\widehat{OCB} + 60^\circ + 55^\circ = 180^\circ \rightarrow \widehat{OCB} + 115^\circ = 180^\circ \rightarrow$$

$$\widehat{OCB} = 180^\circ - 115^\circ \rightarrow \widehat{OCB} = 65^\circ$$

$$\widehat{DCA} = \widehat{BAC} = 25^\circ \text{ (Ters açılar)}$$

$$\widehat{DAC} = \widehat{OCB} = 65^\circ \text{ (Ters açılar)}$$

$$\widehat{ADB} = \widehat{DOC} = 60^\circ \text{ (Ters açılar)}$$

d) **Dikdörtgen** : Dikdörtgen iç açsıl bölgelerinin ölçüleri 90° ler derece olan özel bir paralelkenardır. Paralelkenarın tüm özelliklerini kapsar.

Bir dikdörtgenin köşegenlerinin uzunlukları bir birine eşittir.

e) **Eşkenar dörtgen** : Kenarları birbirine eşit uzunlukta olan paralelkenara **eşkenar dörtgen** denir. Paralelkenarın tüm özelliklerini gösterir. Buna ek olarak eşkenar dörtgende köşegenler birbirine diktir ve bunlar şeklin simetri eksenleridir.

f) **Kare** : Kenarları birbirine eşit uzunlukta olan dikdörtgen **kare** denir. Kare dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin tüm özelliklerini kapsar.

PARALELKENAR

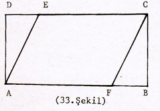
211

g) Çoğgenler : Çeşitli doğru parçalarının birleşiminden oluşmuş kapalı şekle çoğgen denir. Eşkenar üçgen ve kare gibi, kenarlarının uzunlukları ile iç açsallıklarının ölçüleri birbirine eşit olan çoğgenlere düzgün çoğgen denir.

- * Soru: Eşkenar dörtgen düzgün bir çoğgen midir?
- * Cevap: Eşkenar dörtgen düzgün bir çoğgen değildir. Çünkü kenar uzunlukları birbirine eşit fakat iç açsallıklarının ölçüleri birbirine eşit değildir.

UYGULAMALAR

- * Soru 1: Dikdörtgen biçiminde bir kağıt alınır. 33.Şekilde görüldüğü gibi $|DE| = |AF|$ olacak şekilde m ve n noktaları işaretleyiniz. Kağıda $[EA]$, $[CF]$ boyunca kesiniz.



- a) $[AE]$ ve $[FC]$ 'nin uzunlukları aynı mıdır? $|AE| = |FC|$ ve $|AF| = |CE|$ buldunuz mu?
- b) AFCE dörtgeni nasıl bir şekildedir?

c) Bu şeklin açsallıklarının ölçülerini bulunuz. Hangi açsallıkların ölçüleri birbirine eşittir?

- d) Dört açsallığın ölçüleri toplamı 360° midir?
- * Çözüm 1: a) Bir cetvel ile ölçme işlemi yapılarak $|AE| = |FC| = 3 \text{ cm}$ ve $|AF| = |CE| = 4,3 \text{ cm}$ bulunur.

b) Karşılıklı kenarları eşit olduğu için AFCE dörtgeni bir paralelkenardır.

$$c) \hat{EAF} = \hat{ECF} = 65^\circ$$

$\hat{AFC} = \hat{AEC} = 115^\circ$ olup karşılıklı iç açsallıkların ölçüleri birbirine eşittir.

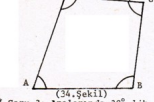
PARALELKENAR

$$d) \hat{EAF} + \hat{ECF} + \hat{AFC} + \hat{AEC} = 65^\circ + 65^\circ + 115^\circ + 115^\circ = 360^\circ \text{ dir.}$$

Yani dört iç açsallığın ölçüleri toplamı 360° dir.

- * Soru 2: Bir dolu dörtgenel bölge çizin ve bu şeklin iç açsallıklarının toplamını bulunuz. Bu toplam 360° midir?

- * Çözüm 2: Herhangi bir dolu dörtgenel bölge çizip iç açsallıklarının birleşimi ile ölçelim. İç açsallıkları sırayla A, B, C, D ile gösterirsek;



$$\hat{A} = 70^\circ, \hat{B} = 98^\circ, \hat{C} = 87^\circ, \hat{D} = 105^\circ \text{ olup dolayısıyla:}$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ \text{ dir. Yani}$$

dörtgenel bölgenin iç açsallıklarının ölçüleri toplamı 360° dir.

- * Soru 3: Aralarında 30° lik açsallık meydana getiren m ve n doğrularını çizin. Bu doğruların kesim noktası O olsun. m doğrusu üzerinde ve O noktasının iki yanında,

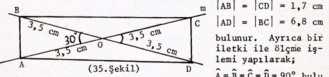
$$|OA| = |OC| = 3,5 \text{ cm}$$

olacak şekilde A ve C noktaları işaretleyiniz. n doğrusu üzerinde,

$$|OB| = |OD| = 3,5 \text{ cm}$$

olacak şekilde B ve D noktalarını işaretleyiniz. A, B, C, D noktalarını birleştiriniz. Meydana gelen dörtgen nasıl bir dörtgendir?

- * Çözüm 3: Bir cetvelle ölçme işlemi yapılarak;



$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ \text{ bulunur.}$$

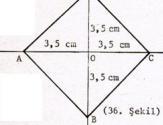
PARALELKENAR

213

O halde oluşan ABCD kapalı şekli bir DİKDÖRTGEN'dir.

- * Soru 4: Birbirine dik olan m ve n doğrularını çizin. Üçüncü uygulamadaki işlemleri, bu doğrular üzerinde yapınız. Meydana gelen dörtgen, nasıl bir dörtgendir. neden?

- * Çözüm 4: "Çözüm 3" te "35. Şekil" de yaptığımız çizimi m ve n doğruları birbirine dik olduğuna göre tekrar layalım. Bu kez çizdiğimiz şekil üzerinden bir cetvel ve iletki ile ölçme işlemi yapılarak;



$$|AB| = |BC| = |CD| = |DA| = 5 \text{ cm}$$

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ \text{ bulunur.}$$

Uygun şekilde $m \perp n$ olma durumunda oluşan dörtgen bir KARE'dir.

- * Soru 5: Birbirini O noktasında dik olarak kesen m ve n doğrularını çizin. m doğrusu üzerinde O noktasının iki yanında,

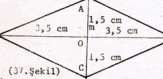
$$|OA| = |OC| = 1,5 \text{ cm}$$

olacak şekilde A ve C noktaları işaretleyiniz. n doğrusu üzerinde de,

$$|OB| = |OD| = 3,5 \text{ cm}$$

olacak şekilde B ve D noktalarını işaretleyiniz ve A, B, C, D noktalarını birleştiriniz. Elde ettiğiniz dörtgen nasıl bir dörtgendir?

- * Çözüm 5: Bir cetvel ile ölçme işlemi yapılarak;



$$|AB| = |BC| = |CD| = |DA| = 3,8 \text{ cm}$$

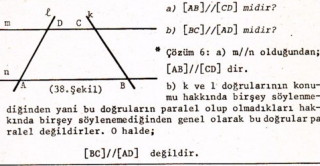
bulunur. O halde oluşan dörtgen bir EŞKENAR DÖRTGEN'dir.

- * Soru 6: 38. şekilde gördüğünüz (m/n , $m \perp n$) paraleller ge-

214

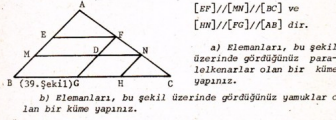
PARALELKENAR

ridini 1 ve k doğruları kesiyor. ABCD dörtgeninde;



Bu özellikleri içeren yani k_1, k_2, k_3 iki kenarı paralel olan diğer iki kenarı ise paralel olmayan dörtgene YAMUK denir.

* Soru 7: Aşağıda çizilmiş olarak verilen ABC üçgeninde;



* Çözüm 7: a) Sözü geçen kümeyi A ile gösterelim;

A = {EFCB Paralelkenarı, MNHB paralelkenarı, MDGB Paralelkenarı, EFDN paralelkenarı, DNHG Paralelkenarı}

• Sözü geçen kümeyi B ile gösterelim.

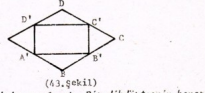
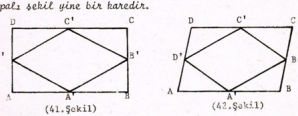
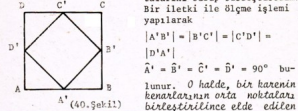
B = {EFDM yamuğu, EFCB yamuğu, MNGB yamuğu, DMGC yamuğu, AFGB yamuğu, AFDM yamuğu, ANHB yamuğu, FNHG yamuğu}

215

PARALELKENAR

* Soru 8: Bir kare çiziniz ve kenarlarının orta noktalarını bulunuz. Bu noktaları birleştirdiğiniz zaman nasıl bir dörtgen elde edersiniz? Aynı soruyu dikdörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgen için de cevaplandırınız.

* Çözüm 8: Bir kare çizip (40. şekil) kenarlarının orta noktalarını bulup birleştirelim.

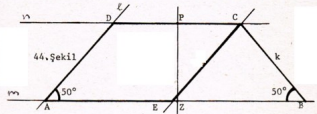


Benzer şekilde çizim yapılarak, Bir dikdörtgenin kenar orta noktalarının birleştirilmesiyle elde edilen şeklin bir EŞKENAR DÖRTGEN (bak 41. şekil) Bir paralel kenarın kenar orta noktalarının birleştirilmesiyle elde edilen şeklin yine bir PARALEL KENAR (bak 42. şekil) ve bir eşkenar dörtgenin kenar orta noktalarının birleştirilmesiyle elde edilen şeklin bir DİKDÖRTGEN (bak 43. şekil) olduğu görülür.

216

PARALELKENAR

* Soru 9: $(m/n, m/n)$ paraleller geridi veriliyor. m doğrusu üzerinde A noktası alınıyor. Bu noktadan geçen ve m



doğrusu ile 50° lik açı yapan bir l doğrusu çiziliyor. m doğrusunun bir B noktasından geçen ve m doğrusu ile 50° lik açı yapan bir k doğrusu çiziliyor. Böylece ABCD yamuğu elde ediliyor.

a) CDA ve DCB açılarını önce ölçerek eşit olduklarını gösteriniz. Sonra ölçme yapmadan bu açıların eşitliğini belirtiniz.

b) Hangi açı BAD açısı ile yöndektir? Bu açının ölçüsü nedir?

c) Hangi açı ABC açısı ile iç ters açıdır?

d) C noktasından AD kenarına bir paralel çizersiniz. ADCE dörtgeni nasıl bir dörtgendir? Bu dörtgenin iç açısı bölgelerinin ölçülerini bulunuz.

e) EBC'nin açısı bölgelerinin ölçülerini bulunuz. $|EC| = |CB|$ midir? O halde, $|AD| = |BC|$ olur mu?

f) AC ve BD köşegenlerini çiziniz ve ölçünüz

Bunlar, birbirine eşit midir?
g) ABCD yamuğunu kenarları boyunca keserek kattan çıkarınız. Sonra AB ve DC kenarlarının ortalarını bulunuz ve birleştiriniz. Bu doğru boyunca yamuğu katlayınız. Katlama doğrusunun iki yanındaki şekiller birbirini tamıyla örteler mi? Bu katlama doğrusu şeklin simetrisi doğrusu mudur?

* Çözüm 9: a) Bir iletki ile ölçme yapılarak $\hat{CDA} = \hat{DCB}$ olduğu saptandı.
Şimdi de ölçme yapmadan bu açıların eşit olduğunu

217

PARALELKENARLAR

Şunu gösterelim: PZBC ve PZAD dörtgenlerinin iç açıları-
nın ölçüleri toplamı 360° olmak durumunda olduğundan ve;
 $\hat{P} = \hat{Z} = 90^\circ$ olduğundan

$$\begin{aligned}\hat{DCB} + 50^\circ &= 180^\circ \\ \hat{CDA} + 50^\circ &= 180^\circ\end{aligned}$$

yazılabilir. Buradan,

$$\hat{DCB} = \hat{CDA} \text{ olduğu anlaşılr.}$$

b) $\hat{BAD}$ ile yöndeş olan açı $\hat{CDL}$ 'dir. Dolayısı-
yla $\hat{CDL} = \hat{BAD} = 50^\circ$ dir.

c) $\hat{ADC}$ ile iç ters olan açı $\hat{BCK}$ 'dir. O halde;

$$\hat{BCK} = \hat{ADC} = 50^\circ$$

d) Karşılıklı kenarları paralel olduğu için,
ADCE döşgeni bir paralelkenardır. Bu paralelkenarın iç a-
çısal bölgelerinin ölçüleri şöyledir:

$$\begin{aligned}\hat{DAB} &= \hat{DCE} = 50^\circ \\ 2\hat{ADC} &= 2\hat{AEC} = 360^\circ - 2 \cdot 50^\circ = 360^\circ - 100^\circ \\ &= 260^\circ\end{aligned}$$

$$\hat{ADC} = \hat{AEC} = \frac{260^\circ}{2} \Rightarrow \hat{ADC} = \hat{AEC} = 130^\circ$$

e) $\hat{DAB}$ ile $\hat{CEB}$ yöndeş açılar olduklarından;

$$\hat{CEB} = \hat{DAB} = 50^\circ \text{ dir.}$$

O halde, $\hat{CEB} = \hat{CBE} = 50^\circ$ ve

$$\begin{aligned}\hat{ECB} &= 180^\circ - (50^\circ + 50^\circ) \\ \hat{ECB} &= 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ\end{aligned}$$

O halde, yani taban açıları eşit olduğundan $\hat{CEB}$ ikizkenar
bir üçgen olup $|EC| = |CB|$ dir.

Ayrıca ADCE paralelkenar olduğundan $|AD| = |EC|$

218

PARALELKENAR

dir. Son iki eşitlik karşılaştırılırsa, $|AD| = |BC|$ olur.

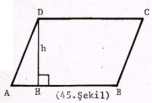
f) AC ve BD köşegenleri çizilip bir cetvel ile
ölçüldüğünde;

$$|AC| = |BD| \text{ bulunur.}$$

g) Soruda anlatılan şekilde katlama yapılırsa;
katlama doğrusunun iki yanındaki şekillerin birbirini tü-
myle örtükleri görülür. O halde bu katlama doğrusu gek-
lin simetri doğrusudur.

10-5) PARALELKENAR VE ÜÇGENİN ALANI :

a) Paralelkenarın Alanı :



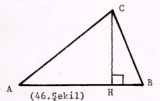
Tabanı ile yüksekliğinin çar-
pımına eşittir.

ABCD paralelkenarının tabanı
(a), yüksekliği (h) ile gös-
terilirse,

$$\text{Alanı : } S = a \cdot h$$

olarak yazılır.

b) Üçgenin Alanı :



Tabanı ile yüksekliğinin çar-
pımının yarısına eşittir.

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

219

PARALELKENARLAR

* Çözüm 1: a) $a = 18 \text{ cm}$, $h = 12 \text{ cm}$ ise paralelkenarın ala-
nı: $S = a \cdot h = 18 \cdot 12 = 216 \text{ cm}^2$ dir.

b) $a = 7 \text{ dm}$, $h = 45 \text{ cm}$ ise paralelkenarın ala-
nı: $S = a \cdot h = 70,45 = 3150 \text{ cm}^2$ dir.

c) $a = 5 \frac{1}{2} \text{ dam}$, $h = 3 \frac{3}{4} \text{ dam}$ ise paralelkena-
rın alanı;

$$S = a \cdot h = 5 \frac{1}{2} \text{ dam} \cdot 3 \frac{3}{4} \text{ dam}$$

$$S = \frac{11}{2} \cdot \frac{15}{4} = \frac{165}{8} = 20 \frac{5}{8} \text{ dam}^2 \text{ dir.}$$

d) $a = 5,2 \text{ hm}$, $h = 380 \text{ m}$ $\Rightarrow S = 5,2 \cdot 3,8 = 19,76 \text{ hm}^2$

* Soru 2: Aşağıda alanları ve yükseklikleri verilen paralel
kenarların taban uzunluklarını bulunuz.

$$a) S = 480 \text{ cm}^2, h = 40 \text{ cm}$$

$$b) S = 9 \frac{3}{7} \text{ dm}^2, h = 2 \frac{1}{7} \text{ dm}$$

* Çözüm 2: Alanları ve yükseklikleri verilen paralelkenar-
ların taban uzunluklarını çarpmanın ters işleminden yararlan-
arak bulacağız.

$$a) S = a \cdot h \Rightarrow 480 = a \cdot 40 \Rightarrow$$

$$a = \frac{480}{40} \Rightarrow a = 12 \text{ cm} \text{ bulunur.}$$

$$b) S = a \cdot h \Rightarrow 9 \frac{3}{7} = a \cdot 2 \frac{1}{7} \Rightarrow$$

$$\frac{66}{7} = a \cdot \frac{15}{7} \Rightarrow a = \frac{66}{15} = \frac{22}{5} = 4 \frac{2}{5} \text{ dm}$$

$$a = 4 \frac{2}{5} \text{ dm} \text{ bulunur.}$$

* Soru 3: Aşağıda alan ve taban uzunlukları verilen paralel
kenarların yüksekliklerini bulunuz.

a) $S = 130 \text{ cm}^2$, $a = 20 \text{ cm}$ b) $S = 108,2 \text{ cm}^2$, $a = 10 \text{ cm}$

220

PARALELKENARLAR

* Çözüm 3: Alan ve taban uzunlukları verilen paralelkenarların yüksekliklerini çarpmanın ters işleminden yararlanarak bulacağız.

$$a) S = a \cdot h \rightarrow 130 \text{ cm}^2 = 20 \text{ cm} \cdot h \rightarrow$$

$$h = \frac{130}{20} = 6,5 \text{ cm} \text{ bulunur.}$$

$$b) S = a \cdot h \rightarrow 108,2 = 10 \cdot h \rightarrow h = \frac{108,2}{10}$$

$$h = 10,82 \text{ cm} \text{ bulunur.}$$

* Soru 4: Aşağıda taban ve yükseklikleri verilen üçgenlerin alanlarını hesaplayınız.

$$a) a = 28 \text{ cm}, h = 15 \text{ cm} \quad b) a = 12,5 \text{ cm}, h = 0,86 \text{ dm}$$

$$c) a = 8 \frac{1}{5} \text{ cm}, h = 5 \text{ cm} \quad d) a = 0,5 \text{ dm}, h = 2 \frac{1}{2} \text{ dm}$$

* Çözüm 4:

$$a) \text{Üçgenin alanı: } S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{28 \cdot 15}{2} = 210 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

$$b) \text{Üçgenin alanı: } S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{12,5 \text{ cm} \cdot 8,6 \text{ cm}}{2} =$$

$$S = 53,75 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

$$c) \text{Üçgenin alanı: } S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{1}{2} \cdot (8 \frac{1}{5}) \cdot (5)$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{43}{5} \cdot \frac{5}{1} = \frac{43}{2} \rightarrow S = 21 \frac{1}{2} \text{ cm}^2$$

$$d) \text{Üçgenin alanı: } S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \text{ dm} \cdot (2 \frac{1}{2} \text{ dm})$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{2} = \frac{25}{40} \text{ dm}^2 \text{ dir.}$$

* Soru 5: Aşağıda alan ve taban uzunlukları verilen üçgenlerin yüksekliklerini bulunuz.

$$a) S = 96 \text{ cm}^2, a = 12 \text{ cm} \quad b) S = 14,7 \text{ dm}^2, a = 7 \text{ dm}$$

$$c) S = 320 \text{ dam}^2, a = 800 \text{ dm} \quad d) S = 15 \frac{1}{3} \text{ dm}^2, a = 5 \frac{1}{2} \text{ dm}$$

221

PARALELKENARLAR

* Çözüm 5: Alanları ve taban uzunlukları verilen üçgenlerin yüksekliklerini bulmak için önce bölmenin, sonra da çarpmanın ters işlemi uygulanır.

$$a) S = \frac{a \cdot h}{2} \rightarrow 96 = \frac{12 \cdot h}{2} \rightarrow$$

$$12 \cdot h = 2 \cdot 96 \rightarrow h = \frac{2 \cdot 96}{12} \rightarrow h = 16 \text{ cm} \text{ dir.}$$

$$b) S = \frac{a \cdot h}{2} \rightarrow 14,7 \text{ dm}^2 = \frac{7 \text{ (dm)} \cdot h}{2} \rightarrow$$

$$2 \cdot 14,7 = 7 \cdot h \rightarrow h = \frac{2 \cdot 14,7}{7} = \frac{29,4}{7} \rightarrow$$

$$h = 4,2 \text{ dm} \text{ bulunur.}$$

$$c) S = \frac{a \cdot h}{2} \rightarrow 320 \text{ dam}^2 = \frac{1}{2} \cdot 8.000 \text{ dam} \cdot h \rightarrow$$

$$8.000 h = 2 \cdot 320 \rightarrow h = \frac{2 \cdot 320}{8.000} = \frac{2}{25} \text{ dam}$$

$$\frac{1 \text{ dam} = 10 \text{ m}}{25} \rightarrow h = \frac{2}{25} \cdot 10 = \frac{20}{25} \text{ metre'dir.}$$

$$h = 0,8 \text{ m}$$

$$d) S = \frac{a \cdot h}{2} \rightarrow 15 \frac{1}{3} \text{ dm}^2 = \frac{1}{2} \cdot (5 \frac{1}{2} \text{ dm}) \cdot h \rightarrow$$

$$\frac{46}{3} = \frac{1}{2} \cdot (\frac{11}{2}) h \rightarrow \frac{11}{2} \cdot h = 2 \cdot \frac{46}{3} \rightarrow$$

$$h = \frac{92}{3} \cdot \frac{2}{11} \rightarrow h = \frac{184}{33} \rightarrow h = 5 \frac{19}{33} \text{ dm}$$

$$\text{bulunur.}$$

* Soru 6: Aşağıda alan ve yükseklikleri verilen üçgenlerin taban uzunluklarını hesaplayınız.

$$a) S = 52 \text{ ar}, h = 100 \text{ m} \quad b) S = 16 \frac{5}{6} \text{ dm}^2, h = 5 \frac{1}{2} \text{ dm}$$

* Çözüm 6:

$$S = \frac{a \cdot h}{2} \rightarrow 1 \text{ ar} = 100 \text{ m}^2 \text{ olduğundan,}$$

222

PARALELKENARLAR

$$52.100 \text{ m}^2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 100 \text{ m} \rightarrow$$

$$a \cdot 100 \text{ m} = 2 \cdot 52.100 \rightarrow a = \frac{2 \cdot 52.100}{100} \rightarrow$$

$$a = 104 \text{ metre} \text{ bulunur.}$$

$$b) S = \frac{a \cdot h}{2} \rightarrow 16 \frac{5}{6} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (5 \frac{1}{2}) \rightarrow$$

$$\frac{101}{6} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\frac{11}{2}) \rightarrow a \cdot (\frac{11}{2}) = \frac{2 \cdot 101}{6}$$

$$a = [\frac{2 \cdot 101}{6}] \cdot \frac{2}{11} \rightarrow a = \frac{202}{33} \rightarrow a = 6 \frac{4}{33} \text{ dam}$$

$$\text{bulunur.}$$

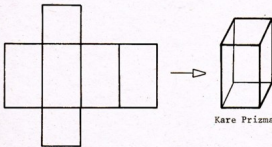
10 - 6) DİK PRİZMALAR :

Dik prizmalar : Yan ayrıtları taban yüzlerine dik olan prizmalara denir.

U Y G U L A M A L A R

* Soru 1: Kartondan kare prizma ve üçgen prizma yapınız.

* Çözüm 1: Kartondan kare prizma ve üçgen prizma yapabilmek için kartonun üzerine cetvelle aşağıdaki şekli çizin. Sonra da makasla keserek elde edeceğiniz kağıdı katlayın ve yapıştırın.



Kare Prizmanın Açılımı

223

DİK PRİZMALAR

Üçgen Prizmanın Açınımı

Üçgen Prizma

- Soru 2: Kare prizma kaç köşe ve kaç ayrıtı vardır?
- Çözüm 2: Kare prizma 8 köşe ve 12 ayrıtı vardır.
- Soru 3: Kare prizmanın yan ayrıtları birbirine eşit ve paralel midir?
- Çözüm 3: Kare prizmanın yan ayrıtları birbirine eşit ve paraleldir.
- Soru 4: Üçgen prizmanın kaç köşesi ve kaç ayrıtı vardır?
- Çözüm 4: Üçgen prizmanın 6 köşesi ve 9 ayrıtı vardır.
- Soru 5: Üçgen prizmanın kaç tane yan ayrıtı vardır?
- Çözüm 5: Üçgen prizmanın 3 tane yan ayrıtı vardır.
- Soru 6: Bir kare prizma ve bir de üçgen prizma şekli çizerek köşelerine harfler yazınız. Bu prizmalarda birbirine paralel olan ayrıtları gösteriniz.
- Çözüm 6:

Kare Prizma

Üçgen Prizma

224

DİK PRİZMALAR

Kare ve Üçgen prizma birbirine paralel olan ayrıtları yan ayrıtlardır.

Kare prizmadaki AE, HF, CG, OM yan ayrıtları Üçgen prizmadaki AB, DE, CF yan ayrıtlarına paraleldir.

- Soru 7: Dikdörtgenler prizmasında kaç tane yüzey köşegeni vardır ve bunların hangileri birbirine eşittir?
- Çözüm 7: Dikdörtgenler prizmasında 6 yüzey ve her yüzeyde de 2'şer tane yüzey köşegeni olduğuna göre $6 \cdot 2 = 12$ yüzey köşegeni vardır. Dikdörtgenler prizmasında eşit olan köşegenleri bulmak için şöyle akıl yürütmeliyiz. Bir dikdörtgenin köşegenleri eşittir. Ayrıca eşit dikdörtgenlerin köşegenleri de kendi aralarında eşittir.

Dikdörtgenler prizmasında karşılıklı dikdörtgenlerin, birbirine eşit olmasından dolayı köşegenleri de birbirine eşittir.

- 1) AC = BD = EG = HF
- 2) ED = AH = FC = GB
- 3) AF = BE = DG = HC

köşegenleri birbirlerine eşittirler.

- Soru 8: Dikdörtgenler prizmasında kaç tane cisim köşegeni vardır? Bunlar, birbirine eşit midir?
- Çözüm 8: Dikdörtgenler prizmasında bir yüz üzerinde olan yan karşı iki köşeyi birleştiren doğru parçası cisim köşegeni olarak isimlendirildiğine göre, bu koşulu gerçekliyen 4 tane cisim köşegeni vardır. Bunlar: [BH], [AG], [CE], [DF] olup birbirlerine eşitler. Bu nedenle $4 \cdot 1 = 4$ yazabiliriz.

225

DİK PRİZMALAR

- Soru 9: Bir dikdörtgenler prizmasının boyutları; $a = 5$ cm, $b = 3$ cm ve $c = 6$ cm'dir. Bu dikdörtgenler prizmasının tüm alanı ve hacmini hesaplayınız.
- Çözüm 9: Dikdörtgenler prizmasının tüm alanı;

$$S = 2(ab + ac + bc) +$$

$$S = 2(5 \cdot 3 + 5 \cdot 6 + 3 \cdot 6) + S = 2(15 + 30 + 18)$$

$$+ S = 126 \text{ cm}^2 \text{ hesaplanır.}$$

Dikdörtgenler prizmasının hacmi :

$$V = a \cdot b \cdot c = 5 \cdot 3 \cdot 6 + V = 90 \text{ cm}^3 \text{ dir.}$$

- Soru 10: Bir kare prizması tabanının bir kenarı $a = 8$ cm ve yüksekliği 17 cm'dir. Bu kare prizmanın tüm alanı ile hacmini hesaplayınız.
- Çözüm 10: Kare prizmasının tüm alanı;

$$S = 2(a^2 + ac + ac) +$$

$$S = 2(8^2 + 8 \cdot 17 + 8 \cdot 17)$$

$$= 2(336) + S = 672 \text{ cm}^2 \text{ hesaplanır.}$$

Kare Prizmanın Hacmi :

$$V = a^2 \cdot c + V = 8^2 \cdot 17 = 1088 \text{ cm}^3 \text{ dir.}$$
